# A Ripasso

## Le operazioni in N e le loro proprietà

| OPERAZIONE | PROPRIETA` | ESEMPI |
|---|---|---|
| Addizione | – Interna a N (ovvero la somma di due numeri naturali e` sempre un numero naturale)<br>– Commutativa<br>$a + b = b + a$<br>– Associativa<br>$(a + b) + c = a + (b + c)$<br>– Esiste l'elemento neutro<br>$a + 0 = 0 + a = a$ | <br><br><br>$2 + 3 = 3 + 2$<br><br>$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$<br><br>$3 + 0 = 0 + 3 = 3$ |
| Sottrazione | – Non interna a N<br>– Non commutativa<br>– Non associativa<br>– Invariantiva: la differenza tra due numeri naturali non cambia se a entrambi si aggiunge o si toglie (purche´ sia possibile effettuare la sottrazione in N) uno stesso numero<br>$a - b = (a + c) - (b + c)$<br>$a - b = (a - c) - (b - c)$ | 5 — 7 non e` eseguibile in N<br>$3 - 2 \neq 2 - 3$<br>$(5 - 3) - 2 \neq 5 - (3 - 2)$<br>$7 - 4 = (7 + 3) - (4 + 3)$<br>$7 - 4 = (7 - 3) - (4 - 3)$<br>Aggiungendo e sottraendo 3 ai due numeri |
| Moltiplicazione | – Interna a N (ovvero il prodotto di due numeri naturali e` sempre un numero naturale)<br>– Commutativa<br>$a \cdot b = b \cdot a$<br>– Associativa<br>$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$<br>– Esiste l'elemento neutro<br>$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$<br>– Distributiva rispetto all'addizione e alla sottrazione<br>a sinistra $a \cdot (b \quad c) = a \cdot b \quad a \cdot c$<br>a destra $(a \quad b) \cdot c = a \cdot c \quad b \cdot c$<br>– Legge di annullamento del prodotto<br>$a \cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ o $b = 0$ | <br><br><br>$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$<br><br>$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$<br><br>$2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$<br><br>$2 \cdot (10 + 15) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$<br>$(6 + 7) \cdot 8 = 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8$ |
| Divisione | – Non interna a N<br>– Non commutativa<br>– Non associativa<br>– Distributiva a destra (ma non a sinistra!) rispetto all'addizione<br>$(a + b) : c = a : c + b : c$<br>(purche´ tutte le divisioni siano possibili in N)<br>– Invariantiva: il quoziente di due numeri non cambia se il dividendo e il divisore vengono moltiplicati o divisi (purche´ la divisione sia possibile in N) per uno stesso numero diverso da 0 | 5 : 7 non e` eseguibile in N<br>$4 : 2 \neq 2 : 4$<br>$(12 : 6) : 2 \neq 12 : (6 : 2)$<br><br>$(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9$<br><br>$(99 : 9) = (99 \cdot 3) : (9 \cdot 3)$<br>$(99 : 9) = (99 : 3) : (9 : 3)$<br>Moltiplicando e dividendo per 3 il dividendo e il divisore |

**Attenzione!**

Una divisione in cui il *divisore* e` 0 non e` definita: percio` *non si attribuisce alcun significato* a scritture quali:

$6 : 0 \qquad 11 : 0 \qquad \frac{1000}{0}$ Senza significato!

Invece una divisione in cui il *dividendo* e` 0 (e il divisore e` diverso da 0) da` come quoziente 0.

# A Ripasso

## Le operazioni in Z

| COME CALCOLARE... | SEGNO | VALORE ASSOLUTO | ESEMPI |
|---|---|---|---|
| ... la somma di due interi concordi | è uguale a quello dei due addendi | è uguale alla *somma* dei valori assoluti dei due addendi | $(-4)+(-5)=-(4+5)=-9$<br>segno uguale a quello dei due addendi<br>valore assoluto uguale alla somma dei valori assoluti dei due addendi |
| ... la somma di due interi discordi | è uguale a quello dell'addendo che ha valore assoluto maggiore | è uguale alla *differenza* fra il valore assoluto maggiore e quello minore dei due addendi | $(+2)+(-4)=-(4-2)=-2$<br>segno uguale a quello di $-4$ che, fra i due addendi, è quello di valore assoluto maggiore<br>valore assoluto uguale alla differenza dei valori assoluti dei due addendi |
| ... il prodotto di due interi | è + se i due numeri sono *concordi*, è − se sono *discordi* | è uguale al *prodotto* dei *valori assoluti* dei due numeri | $(-3)\cdot(-7)=+(3\cdot 7)=+21$<br>segno + perché i due fattori sono concordi<br>prodotto dei valori assoluti dei due fattori |
| ... il quoziente di due interi (divisibili in Z) | è + se i due numeri sono *concordi*, è − se sono *discordi* | è uguale al *quoziente* dei *valori assoluti* dei due numeri | $(-16):(+4)=-(16:4)=-4$<br>segno − perché i due numeri sono discordi<br>quoziente dei valori assoluti dei due numeri |

## Le potenze e le loro proprietà

| TIPO DI POTENZA | DEFINIZIONE | ESEMPI |
|---|---|---|
| Potenza a esponente intero positivo maggiore di 1 | $a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot ...\cdot a}_{n \text{ volte}}$ | $(-2)^2 = \underbrace{(-2)\cdot(-2)}_{2 \text{ volte}} = +4$<br>$(-3)^3 = \underbrace{(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)}_{3 \text{ volte}} = -27$ |
| Potenza a esponente 1 | $a^1 = a$ | $3^1 = 3$ $\quad (-2)^1 = -2$ |
| Potenza a esponente 0 | $a^0 = 1$, con $a \neq 0$ | $3^0 = 1$ $\quad (-2)^0 = 1$ |

| PROPRIETÀ DELLE POTENZE | IN SIMBOLI | ESEMPI |
|---|---|---|
| Prodotto di potenze aventi la stessa base | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | $2^{12}\cdot 2^8 = 2^{12+8} = 2^{20}$ |
| Quoziente di potenze aventi la stessa base | $a^m : a^n = a^{m-n}$ | $2^{12} : 2^8 = 2^{12-8} = 2^4$ |
| Potenza di potenza | $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ | $(2^3)^2 = 2^{3\cdot 2} = 2^6$ |
| Potenza di un prodotto | $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$ | $(5\cdot 7)^2 = 5^2\cdot 7^2$ |
| Potenza di un quoziente | $(a : b)^n = a^n : b^n$ | $(8:2)^2 = 8^2 : 2^2$ |

### Attenzione!

1. Nota che $-a^n \neq (-a)^n$. Per esempio:

   $-2^4 = -\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{\text{la base è } 2} = -16$ mentre $(-2)^4 = \underbrace{(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)}_{\text{la base è } -2} = +16$

2. Il simbolo $0^0$ è indefinito.
3. Nota che $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ e $(a-b)^n \neq a^n - b^n$. Per esempio:

   $(1+1)^3 = 2^3 = 8$ mentre $1^3 + 1^3 = 1 + 1 = 2$

# A Ripasso

## Il linguaggio fondamentale in N e in Z

| DOMANDE | RISPOSTE | ESEMPI |
|---|---|---|
| *Dati due numeri naturali a e b, quando a si dice multiplo di b?* | Quando esiste un numero naturale $q$ tale che:<br>$a = q \cdot b$ | $\underbrace{20}_{a} = \underbrace{5}_{q} \cdot \underbrace{4}_{b}$ quindi 20 è multiplo di 4 |
| *In quali modi equivalenti si può esprimere la frase «a è multiplo di b»?* | • «*b* è un divisore di *a*»<br>• «*b* divide *a*»<br>• «*a* è divisibile per *b*» | «20 è multiplo di 4» equivale a «4 è un divisore di 20», oppure a «4 divide 20» oppure a «20 è divisibile per 4» |
| *Quando un numero naturale si dice primo?* | Quando è maggiore di 1 ed è divisibile soltanto per se stesso e per il numero 1. | • 5 è primo<br>• 6 non è primo (è divisibile, oltre che per se stesso e per 1, per 2 e per 3) |
| *Quali sono i principali criteri di divisibilità?* | Un numero è divisibile per:<br>• 2 se termina con una cifra pari<br>• 3 o 9 se lo è la somma delle sue cifre<br>• 5 se termina per 0 o per 5<br>• 4 o 25 se lo è il numero formato dalle ultime sue due cifre o se termina con due zeri<br>• 11 se lo è la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma delle cifre di posto pari, contate a partire da destra | • 134 è divisibile per 2<br>• 213 è divisibile per 3 (perché $2 + 1 + 3 = 6$ è divisibile per 3)<br>• 125 e 120 sono divisibili per 5<br>• 1316 è divisibile per 4 (perché lo è 16); 375 è divisibile per 25 (perché lo è 75)<br>• 495 è divisibile per 11 perché lo è $5 + 4 - 9 = 0$ (0 è divisibile per qualsiasi numero naturale diverso da zero, in particolare è divisibile per 11) |
| *Che cos'è il massimo comune divisore tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?* | È il più grande fra i loro divisori comuni.<br>Si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei fattori primi *comuni* a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il *minimo* esponente con cui figura nelle scomposizioni. | $12 = 2^2 \cdot 3$, $30 = 2 \cdot 5 \cdot 3$, $80 = 2^4 \cdot 5$<br>Osserviamo che 2 è l'unico fattore primo comune a tutti e tre i numeri dati e che l'esponente minimo con cui compare nelle scomposizioni è 1; quindi:<br>M.C.D.(12, 30, 80) = 2 |
| *Quando due numeri si dicono primi fra loro o coprimi?* | Quando il loro massimo comune divisore è 1. | • 12 e 35 sono primi tra loro<br>• 12 e 15 non sono primi tra loro (perché il loro massimo comune divisore è 3) |
| *Che cos'è il minimo comune multiplo tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?* | È il più piccolo fra i multipli comuni, diversi da 0.<br>Si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei fattori primi *comuni e non comuni* a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il *massimo* esponente con cui figura nelle scomposizioni. | $12 = 2^2 \cdot 3$, $90 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2$, $40 = 2^3 \cdot 5$<br>I fattori comuni e non comuni sono 2, 3 e 5, e i massimi esponenti con cui questi tre numeri compaiono nelle scomposizioni sono rispettivamente 3, 2 e 1; quindi:<br>m.c.m.(12, 90, 40) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$ |
| *Quali numeri si dicono interi?* | I numeri ottenuti attribuendo a ciascun numero naturale un segno + o un segno −. L'insieme dei numeri interi si indica con la lettera Z. | Sono numeri interi:<br>$-7, +1, 0, -10, +100$ |
| *Quando due numeri si dicono concordi o discordi?* | Sono concordi se sono preceduti dallo stesso segno; sono discordi in caso contrario. | $-4$ e $-3$ sono concordi<br>$+2$ e $+5$ sono concordi<br>$-2$ e $+3$ sono discordi |
| *Che cos'è il valore assoluto di un numero intero?* | È il numero stesso, se esso è maggiore o uguale a 0, è il suo opposto in caso contrario. | $\lvert -3 \rvert = -(-3) = +3$ $\quad \lvert +4 \rvert = +4$ |
| *Quando due numeri si dicono opposti?* | Quando hanno lo stesso valore assoluto e segno contrario | $-2$ e $+2$ sono opposti<br>$+5$ e $-5$ sono opposti |

# B Verifica delle conoscenze

Completa.

**1** Fra le quattro operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, le uniche due che sono interne a N sono la .............. e la ..............

**2** $103 + 0 =$ ..... e $20 \cdot 1 =$ .....

**3** Per la proprieta` commutativa dell'addizione $10 + 99 =$ ..... + .....

**4** Per la proprieta` associativa dell'addizione $(1 + 10) + 100 = 1 +$ (..... + ....)

**5** Per la proprieta` distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione possiamo scrivere:
..... $\cdot$ (10 + .....) $= 6 \cdot 10 + 6 \cdot 7$

**6** In base alla proprieta` .............. della ............ possiamo scrivere: $(77 + 7) : 7 = 77 : 7 + 7 : 7$

**7** In base alla proprieta` .............. della ........... possiamo scrivere: $(5 + 100) - (3 + 100) = 5 - 3$

**8** $35 = 7 \cdot 5$, quindi 7 e 5 sono.........di 35.

**9** $12 = 2^2 \cdot 3$, quindi 12 e` divisibile, oltre che per 1 e per se stesso, per 2, ....., 3, .....

**10** 10 e` multiplo di ..... e di .....

**11** $45 = 9 \cdot 5$, quindi 45 e`...........di 9 e di 5.

**12** Il valore assoluto di $-7$ e` .....

**13** I due numeri $-10$ e..... sono opposti.

**14** I due numeri $-4$ e ..... sono concordi.

**15** I due numeri $+3$ e ..... sono discordi.

**16** I due numeri $-3$ e ..... sono diversi ma hanno lo stesso valore assoluto.

**17** Fra le quattro operazioni elementari, l'unica rispetto cui l'insieme Z non e` chiuso e` la ..............

Test

**18** Qual e` il risultato dell'espressione: $(5 \cdot 2) : 10$?
A 0 B 1 C 2 D non e` definito

**19** Qual e` il risultato dell'espressione: $10 : (5 \cdot 0)$?
A 0 B 1 C 2 D non e` definito

**20** Qual e` il risultato dell'espressione: $(5 \cdot 0) : 10$?
A 0 B 1 C 2 D non e` definito

**21** Quale tra i seguenti numeri e` un divisore di 1216?
A 3 B 4 C 5 D 9

**22** Quale tra i seguenti numeri e` un divisore di 2121?
A 3 B 4 C 5 D 9

**23** Quale tra i seguenti numeri e` multiplo di 11?
A 451 B 452 C 453 D 454

**24** Quale tra i seguenti numeri e` multiplo di 9?
A 951 B 457 C 963 D 881

**25** Quale tra i seguenti numeri e` primo?
A 39 B 49 C 59 D 69

**26** Quale delle seguenti e` una coppia di numeri primi fra loro?
A 21 e 51 B 12 e 22 C 49 e 35 D 51 e 61

# B Verifica delle conoscenze

**27** Quale dei seguenti numeri è divisibile per 6?

A 182 B 482 C 384 D 533

**28** Qual è il massimo comune divisore tra 18, 63, 99?

A 1 B 3 C 6 D 9

**29** Qual è il minimo comune multiplo tra 18, 80, 180?

A 180 B 360 C 720 D 1080

**30** Per determinare il prodotto di due potenze aventi la stessa base gli esponenti vanno:

A sommati B sottratti C moltiplicati D divisi

**31** Per determinare il quoziente di due potenze aventi la stessa base gli esponenti vanno:

A sommati B sottratti C moltiplicati D divisi

**32** Per elevare una potenza al quadrato, l'esponente della potenza va:

A elevato al quadrato B moltiplicato per 2 C diviso per 2 D nessuna delle precedenti

---

Vero o falso?

**33** $(10 + 2) - (8 + 2) = 10 - 8$ V F

**34** $99 : 9 = (99 : 3) : (9 : 3)$ V F

**35** $99 : (9 + 3) = 99 : 9 + 99 : 3$ V F

**36** $(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9$ V F

**37** $11 \cdot (99 - 99) = 11$ V F

**38** $0 : (9 + 1)$ è una scrittura priva di significato V F

**39** $9 : 0$ è una scrittura priva di significato V F

**40** $(10 + 15) \cdot 5 = 5 \cdot 15 + 10 \cdot 5$ V F

**41** ogni numero naturale diverso da zero è divisibile per se stesso V F

**42** ogni numero naturale è divisibile per 1 V F

**43** ogni numero naturale è divisibile per 0 V F

**44** 0 è divisibile per ogni numero naturale diverso da zero V F

**45** $|-3| = +3$ V F

**46** $|+5| = -5$ V F

**47** se $a < 0$, la potenza $a^n$ è negativa per ogni $n \in N$ V F

**48** $(9^3)^2 = 9^9$ V F

**49** $10^8 : 10^2 = 10^6$ V F

**50** $10^{10} : 10^2 = 10^5$ V F



# C Esercizi guidati

Completa le seguenti scomposizioni in fattori primi.

**1** $126 = 2 \cdot 3^{...} \cdot .....$ $128 = 2^{...}$ $129 = 3 \cdot .....$

**2** $120 = 2^{....} \cdot 3 \cdot .....$ $130 = 2 \cdot ..... \cdot .....$ $140 = 2^{...} \cdot ..... \cdot 7$

**3** $108 = 2^2 \cdot 3^{...}$ $192 = 2^{...} \cdot 3$ $102 = ..... \cdot ..... \cdot 17$

Completa i seguenti esercizi in cui ti guidiamo a calcolare il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo.

**4** I divisori di 8 sono 1, 2, ....., 8; i divisori di 20 sono 1, 2, .....,.... , 10, 20. Dunque i divisori comuni di 8 e 20 sono .............. e il loro massimo comune divisore è .....

**5** I multipli (diversi da zero) di 6 sono 6, 12, ....., 24, ....., 36, .....; i multipli di 4 sono 4, 8, ....., 16, 20, ....., 28,.......quindi i multipli comuni di 6 e 4 sono .............. e il loro minimo comune multiplo è .....

# C Esercizi guidati

**6** Si ha $45 = 3^{\dots} \cdot 5$ e $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^{\dots}$, quindi M.C.D.$(45, 150) = 3 \cdot \dots = \dots$ e m.c.m.$(45, 150) = 2 \cdot 3^{\dots} \cdot 5^{\dots} = \dots$

**7** Si ha $250 = 2 \cdot 5^{\dots}$ e $200 = 2^{\dots} \cdot 5^2$, quindi M.C.D.$(250, 200) = 2 \cdot 5^{\dots} = \dots$ e m.c.m.$(250, 200) = 2^{\dots} \cdot 5^{\dots} = \dots$

Completa le seguenti uguaglianze in cui ti guidiamo a svolgere calcoli tra numeri relativi.

**8** $-2 + (-3) - (-3) = -2 - \dots + \dots = \dots$ $\qquad -5 - (+7) - (-6) = -5 \dots 7 \dots 6 = \dots$

**9** $(-2) \cdot (-3) \cdot (+3) = (+\dots) \cdot (+3) = \dots$ $\qquad (-2) \cdot (+3) \cdot (-4) = (-\dots) \cdot (-4) = +\dots$

**10** $(-30) : (-15) : (-2) = (+\dots) : (-2) = \dots 1$ $\qquad (-100) : (-20) : (-5) = (\dots 5) : (-5) = -\dots$

Completa le seguenti uguaglianze in cui ti guidiamo a calcolare alcune potenze e ad applicare le proprietà delle potenze.

**11** $(-5)^3 = -\dots$ $\qquad (-6)^2 = +\dots$ $\qquad (-2)^4 = \dots 16$ $\qquad (\dots)^3 = -125$ $\qquad (\dots)^5 = -32$

**12** $7^3 \cdot 7^2 = 7^{\dots + \dots} = 7^{\dots}$ $\qquad 7^{13} : 7^{11} = 7^{13 - \dots} = 7^{\dots} = \dots$ $\qquad (2^3)^2 = 2^{3 \cdot \dots} = 2^{\dots} = \dots$

**13** $2^4 \cdot 2^2 = 2^{\dots + \dots} = 2^{\dots} = \dots$ $\qquad 7^{13} : 7^{13} = 7^{\dots - \dots} = 7^{\dots} = \dots$ $\qquad (3^3)^4 = 3^{3 \cdot \dots} = 3^{\dots}$

**14** $(-4)^3 \cdot (+4)^2 = (-4)^3 \cdot (-4)^2 = (-4)^{\dots}$ $\qquad (+4)^3 \cdot (-4)^5 = -4^3 \cdot 4^5 = -4^{\dots}$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti uguaglianze è corretta; in caso contrario, correggi gli errori.

**15** $(-7)^2 = -49$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**16** $(-5)^3 = -125$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**17** $5^3 \cdot 5^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**18** $(-4)^3 \cdot (-3)^3 = (+12)^3$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**19** $(-4)^6(+4)^8 = (-4)^{14}$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**20** $(-4)^7(+4)^5 = (-4)^{12}$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**21** $(10^{10^3})^{10^2} = 10^{10^3 \cdot 10^2} = 10^{10^6}$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

**22** $(10^2)^{10} = (10^{10})^2$ — È esatta? SÌ NO — Eventuale correzione ..........................

Completa le seguenti tabelle in cui ti guidiamo a semplificare alcune espressioni numeriche.

**23**

| Passi del procedimento | Semplificare l'espressione:<br>$2 \cdot (-3)^2 : 6 - (-2)^2 \cdot (-3) + 10 - 9 + (-88) : (-11) : (-4) =$ |
|---|---|
| Esegui le potenze: | $= 2 \cdot (+9) : 6 - (\dots) \cdot (-3) + 10 - 9 + (-88) : (-11) : (-4) =$ |
| Esegui moltiplicazioni e divisioni, nell'ordine in cui compaiono: | $= 18 : 6 - (\dots) + 10 - 9 + (+\dots) : (-4) =$ |
| Esegui le divisioni rimaste: | $= 3 - (\dots) + 10 - 9 + (\dots) =$ |
| Esegui la somma algebrica rimasta: | $= 3 + \dots + 10 - 9 - \dots = \dots$ |

**24**

| Passi del procedimento | Semplificare l'espressione:<br>$20 - [36 : 18 + 24 : (2^3 - 2)] - (2 \cdot 4 - 5) + 35 : 7 =$ |
|---|---|
| Esegui prima le potenze, le moltiplicazioni e le divisioni dentro le parentesi tonde: | $= 20 - [36 : 18 + 24 : (8 - 2)] - (\dots - 5) + 35 : 7 =$ |
| Esegui le addizioni e le sottrazioni dentro le tonde: | $= 20 - [36 : 18 + 24 : 6] - \dots + 35 : 7 =$ |
| Esegui ora tutte le divisioni: | $= 20 - [2 + \dots] - \dots + 5 =$ |
| Esegui il calcolo dentro la quadra: | $= 20 - \dots - \dots + 5 = \dots$ |

# C Esercizi guidati

25

| Passi del procedimento | Semplificare l'espressione: $[(-2)^4]^3 : [(-2)^3 \cdot (-2)^7] + [(-2)^5]^2 : [(-2)^8 \cdot (-2)^2] =$ |
|---|---|
| Applica la proprietà della potenza di potenza: | $= (-2)^{12} : [(-2)^3 \cdot (-2)^7] + (-2)^{....} : [(-2)^8 \cdot (-2)^2] =$ |
| Applica la proprietà del prodotto di potenze con la stessa base: | $= (-2)^{12} : (-2)^{10} + (-2)^{....} : (-2)^{...} =$ |
| Applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base: | $= (-2)^{....} + (-2)^0 =$ |
| Calcola le potenze: | $= ..... + ..... = .....$ |

26

| Passi del procedimento | Semplificare l'espressione: $[(-3)^5]^3 : [(-3)^3 \cdot (+3)^8] =$ |
|---|---|
| Osserva che è possibile riscrivere l'espressione in forma equivalente in modo che tutte le potenze abbiano la stessa base, così da poter utilizzare le proprietà delle potenze: | $= [(-3)^5]^3 : [(-3)^3 \cdot (-3)^8] =$ |
| Applica la proprietà della potenza di potenza e del prodotto di potenze con la stessa base: | $= (-3)^{....} : (-3)^{...} =$ |
| Applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base: | $= (-3)^{...} =$ |
| Calcola la potenza: | $= .....$ |

Scheda 1

# D Esercizi da svolgere

1 Scomponi in fattori primi i seguenti numeri naturali: 135; 108; 132; 180; 1100, 1111.

Determina massimo comune divisore e minimo comune multiplo dei seguenti gruppi di numeri.

2 15, 16, 28 [M.C.D. = 1, m.c.m. = 1680]

3 125, 20, 30 [M.C.D. = 5, m.c.m. = 1500]

4 81, 51, 21 [M.C.D. = 3, m.c.m. = 9639]

5 35, 49, 70 [M.C.D. = 7, m.c.m. = 490]

6 10, 110, 1100 [M.C.D. = 10, m.c.m. = 1100]

Calcola il valore delle seguenti espressioni in N applicando, ove possibile, le proprietà delle potenze.

7 $4 \cdot 3^2 - 3 \cdot 2^2 + 2^3 - 6$ [26]

8 $(4 \cdot 2^2) : 8 + 36 : 3^2 - 20 : 4$ [1]

9 $[20 - (36 : 9 + 10 : 2 - 2^2) - (5^2 - 2 \cdot 2^3)]^2 : 6 - 1$ [5]

10 $\{[3 + 6 \cdot (2 + 2^2)] : 3 + 30 : 5 - 6 : 2\} : 4$ [4]

11 $[(2^6 \cdot 2^2)^2 : (2^5)^3]^3 - 1$ [7]

12 $[(3^8 : 3^6)^4 : (3^2)^3]^2 - 3^4$ [0]

# D Esercizi da svolgere

**13** $[(2^{12} : 2^{10})^4 : (2^3)^2]^2 - 2^0$ [15]

**14** $2^7 \cdot (2^5)^2 : (2^4)^4 + 3^9 \cdot (3^2)^3 : (3^4)^3$ [29]

**15** $\left[(16 : 8 : 2)^3 \cdot (24 : 6 : 2)^4 \cdot 2^7\right] : \left(2^3\right)^2$ [32]

**16** $(16^4 : 8^3) : 2^4 + 27^2 : 81$ [17]

**17** $\left\{[36 : (6 : 2)]^3 \cdot 12^4\right\} : (12^3)^2 - [(36 : 6 : 2)^3 \cdot 3^4] : (3^2)^3$ [9]

Calcola il valore delle seguenti espressioni in $\mathbb{Z}$ applicando, ove possibile, le proprietà delle potenze.

**18** $6 - (3 + 1 - 4) + (-2 + 10 - 5)$ [9]

**19** $5 - (2 - 1 - 4) - (-3 + 7 - 2)$ [6]

**20** $2 - [-3 - (-2 + 4 - 5)]$ [2]

**21** $1 - [-2 - (-2 + 3 - 5)] - (-1 + 4)$ [−4]

**22** $[4 + (-3)(-7)] : (-5) - (-10)$ [5]

**23** $[3 - (-2)(+3) + (-10) : (-2) - (4 - 8)] : [-8 + (-2 + 4)]$ [−3]

**24** $\{-5 - [3 - (-2)(+3) + (-2)(-2)]\} : (-3) - (-6)$ [12]

**25** $[(-10)^{17} : (-10)^{14}]^2 : (-10^2)^2 - (-10)^0$ [99]

**26** $|-6|^3 : (-2)^3 - |-8|^2 : (-2)^2$ [−43]

**27** $\dfrac{(-2)^{12} : (-2)^7}{(-2)^3} + \dfrac{(-2)^{10} : (-2)^3}{(-2)^4}$ [−4]

**28** $\left\{[(-3)^3 + (-10)(-2)]^4\right\}^2 : [(-7)^4 \cdot (-7)^2]$ [49]

**29** $[(-8)^3 : (-64) - (-2)^2]^5 : (-4)^4$ [4]

**30** $(-5)^7 \cdot (-5)^8 : [(+5)^2]^7 - (-4)^6 \cdot (-4)^3 : (+4)^8$ [−1]

**31** $[(-8)^2]^2 : [(-4)^2 \cdot (-|-4|)^3] : \left\{[(+2)^5]^2 : [(-2)^3]^3\right\}$ [2]

# A Ripasso

## Definizioni principali

| DOMANDE | RISPOSTE | ESEMPI |
|---|---|---|
| *Che cos'è una frazione? Quando una frazione si dice ridotta ai minimi termini?* | Una frazione è il *rapporto* tra due *numeri naturali*. Si dice ridotta ai minimi termini quando il massimo comune divisore fra numeratore e denominatore è 1. | $\frac{5}{4}$ è una frazione ridotta ai minimi termini, mentre $\frac{12}{15}$ non lo è |
| *Come si possono confrontare due frazioni?* | $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ $\quad$ $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ $\quad$ $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ <br> rispettivamente a seconda che: <br> $ad < bc$ $\quad$ $ad = bc$ $\quad$ $ad > bc$ | $\frac{5}{4} > \frac{8}{7}$ perché $5 \cdot 7 > 8 \cdot 4$ <br> $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ perché $3 \cdot 5 < 4 \cdot 4$ |
| *Come si può esprimere una frazione in forma decimale?* | Eseguendo la divisione tra numeratore e denominatore. | $\frac{7}{4} = (7 : 4) = 1{,}75$ <br> $\begin{array}{r\|l} 7 & 4 \\ \hline 30 & 1{,}75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$ |
| *Come si può trasformare un numero decimale finito in una frazione?* | Si scrive una frazione che ha: <br> • al numeratore il numero scritto senza la virgola; <br> • al denominatore un 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre dopo la virgola. | $1{,}\underline{25} = \frac{125}{1\underline{00}} = \frac{5}{4}$ <br> $5{,}\underline{4} = \frac{54}{1\underline{0}} = \frac{27}{5}$ |
| *Come si può trasformare un numero decimale periodico in una frazione?* | Si scrive una frazione che ha: <br> • per numeratore la differenza fra il numero scritto senza la virgola e la parte che viene prima del periodo; <br> • per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguiti da tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo (se c'è). | $1{,}\overline{3} = \frac{13 - 1}{9} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{4}{3}$ <br> $0{,}10\overline{5} = \frac{105 - 10}{900} = \frac{\cancel{95}^{19}}{\cancel{900}_{180}} = \frac{19}{180}$ |
| *Che cos'è un numero razionale assoluto?* | Si chiama numero razionale assoluto l'insieme di tutte le frazioni equivalenti a una frazione data. | $\frac{5}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{12}$ sono rappresentazioni diverse dello stesso numero razionale, definito dall'insieme $\left\{\frac{5}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \ldots\right\}$. |
| *Che cos'è un numero razionale?* | Si chiama numero razionale ogni numero che si ottiene facendo precedere il segno + o il segno − a un numero razionale assoluto. | $+\frac{5}{4}$; $-0{,}25$; $+5{,}\overline{4}$; $-\frac{2}{3}$ |
| *Quando due numeri razionali si dicono concordi? E discordi?* | Si dicono *concordi* quando hanno lo stesso segno, *discordi* in caso contrario. | $+\frac{5}{4}$ e $-\frac{3}{4}$ sono discordi <br> $-0{,}25$ e $-1{,}\overline{2}$ sono concordi |
| *Che cos'è il reciproco o inverso di un numero razionale?* | È il numero che, moltiplicato per il numero originario, dà come risultato 1. <br> Se il numero razionale è espresso nella forma $\frac{b}{a}$, il suo reciproco è $\frac{a}{b}$. <br> Non esiste il reciproco di 0. | $+2 \xrightarrow{\text{reciproco}} +\frac{1}{2}$ <br> $-\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{reciproco}} -\frac{3}{2}$ |
| *Che cosa rappresenta la proporzione* $a : b = c : d$? | È una scrittura equivalente a: <br> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ | $2 : 3 = 4 : 6$ equivale a $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ |
| *Che cosa rappresenta il simbolo di percentuale* $x\%$? | È una scrittura equivalente a $\frac{x}{100}$. | $15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ |

# A Ripasso

**Attenzione!**

Non confondere l'*opposto* di un numero con il suo *reciproco*. Per esempio, l'opposto di 3 è $-3$ mentre il reciproco di 3 è $\frac{1}{3}$.
Il reciproco di un numero, al contrario dell'opposto, ha lo stesso segno del numero originario.

## Operazioni nell'insieme dei numeri razionali

Le operazioni fra numeri razionali assoluti, espressi da frazioni, sono definite come riassunto nella seguente tabella.

| OPERAZIONE | COME È DEFINITA | ESEMPI |
|---|---|---|
| Addizione e sottrazione | $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(\text{m.c.m.}(b,d):b)\cdot a \pm (\text{m.c.m.}(b,d):d)\cdot c}{\text{m.c.m.}(b,d)}$ | $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3\cdot 3+4\cdot 1}{12}=\frac{13}{12}$ |
| Moltiplicazione | $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$ | $\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{3}=\frac{35}{18}$ |
| Divisione | $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ | $\frac{1}{5}:\frac{3}{2}=\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$ |

Le operazioni tra numeri razionali relativi si eseguono con regole del tutto analoghe a quelle viste in Z, tenendo conto della regola dei segni.

## Potenze nell'insieme dei numeri razionali

Le potenze nell'insieme dei numeri razionali sono definite in modo analogo a quanto visto in N e in Z. In Q però si definiscono anche le potenze con esponente *negativo*.

| POTENZA A ESPONENTE INTERO NEGATIVO | ESEMPI |
|---|---|
| $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$<br>con $a \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$ | Esponente opposto<br>$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = (-3)^{+3} = -27$<br>Base reciproca<br><br>$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{4}{9}$<br><br>$\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{2} = \frac{9}{16}$ |

**Attenzione!**

1. Una potenza con esponente intero negativo non è sempre negativa! Lo è solo se la base è negativa e l'esponente ha come valore assoluto un numero dispari.
2. Restano non definiti i simboli $0^{-1}$, $0^{-2}$,..., $0^{-n}$, con $n \in \mathbb{N}$.

# B Verifica delle conoscenze

1 Completa la seguente tabella.

| Numero | Opposto | Reciproco | Opposto del reciproco |
|---|---|---|---|
| $+2$ | $-2$ | $+\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |
| $+\frac{5}{4}$ | ............... | ............... | ............... |
| $-\frac{2}{3}$ | ............... | ............... | ............... |
| ............... | $-2$ | ............... | ............... |
| ............... | ............... | $-2$ | ............... |

## Test

2 Una sola delle seguenti frazioni e` *ridotta ai minimi termini*; quale?

A $\frac{111}{111111}$ B $\frac{11}{111}$ C $\frac{11}{1111}$ D $\frac{11}{111111}$

3 Quale delle seguenti e` una coppia di frazioni *equivalenti?*

A $\frac{5}{4}$ e $\frac{25}{16}$ B $\frac{2}{3}$ e $\frac{14}{21}$ C $\frac{5}{4}$ e $\frac{100}{40}$ D $\frac{1}{11}$ e $\frac{11}{111}$

4 $-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)$ e` uguale a:

A $\frac{1}{6}$ B $-\frac{1}{6}$ C $0,1\overline{6}$ D nessuno dei precedenti

5 $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (\ldots) = +\frac{3}{2}$; al posto dei puntini scriviamo:

A $+\frac{9}{2}$ B $-\frac{9}{2}$ C $+\frac{2}{3}$ D $-\frac{2}{3}$

6 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ e` uguale a:

A $+\frac{9}{4}$ B $-\frac{9}{4}$ C $+\frac{4}{9}$ D $-\frac{4}{9}$

## Vero o falso?

7 la somma di due numeri razionali puo` non essere numero razionale V F

8 l'insieme Q e` chiuso rispetto alla sottrazione V F

9 nell'insieme Q la divisione e` associativa V F

10 nell'insieme Q la moltiplicazione e` associativa V F

11 la frazione $\frac{12}{5}$ e` rappresentata da un numero decimale periodico V F

12 il 15% di 15 e` 2,25 V F

13 se il prodotto di due numeri razionali e` 0, allora uno e` il reciproco dell'altro V F

14 se il prodotto di due numeri razionali e` 1, allora uno e` l'opposto dell'altro V F

15 la potenza $a^{-n}$, con $n$ numero naturale non nullo, e` negativa per ogni $a > 0$ V F

# C Esercizi guidati

**1** Completa le seguenti uguaglianze, in cui ti guidiamo a ridurre le frazioni date ai minimi termini.

a. $\frac{36}{48}=\frac{36:12}{48:12}=\frac{.....}{.....}$ b. $\frac{30}{54}=\frac{30:6}{54:6}=\frac{.....}{.....}$ c. $\frac{99}{81}=\frac{99:.....}{81:.....}=\frac{.....}{.....}$ d. $\frac{45}{120}=\frac{45:.....}{120:.....}=\frac{.....}{.....}$

**2** Completa inserendo il simbolo opportuno ($<$, $=$, $>$):

a. $\frac{5}{4}$ ..... $\frac{6}{7}$ perché $5\cdot7$......$4\cdot6$

b. $\frac{4}{5}$ ..... $\frac{6}{7}$ perché $4\cdot7$ ..... $5\cdot6$

c. $\frac{2}{22}$ ..... $\frac{3}{33}$ perché $2\cdot33$ ..... $22\cdot3$

**3** Completa le seguenti uguaglianze, in cui ti guidiamo a determinare le frazioni generatrici dei numeri decimali periodici indicati.

a. $3,\overline{2}=\frac{32-.....}{9}=\frac{.....}{.....}$

b. $1,0\overline{2}=\frac{.....-10}{90}=\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$

c. $4,\overline{27}=\frac{427-4}{.....}=\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$

**4** Esegui le addizioni e le sottrazioni indicate sulla prima riga, seguendo i passi descritti nella prima colonna e l'esempio svolto nella seconda colonna.

| Passi del procedimento | $\frac{5}{12}-\frac{4}{15}$ | $\frac{2}{15}+\frac{7}{35}$ | $\frac{7}{6}-\frac{2}{3}$ |
|---|---|---|---|
| Calcola il *minimo comune multiplo* dei denominatori delle frazioni: | m.c.m.(12, 15) = 60 | ............... | ............... |
| Applica la regola relativa alla sottrazione (questo passaggio di solito si fa mentalmente): | $\frac{5}{12}-\frac{4}{15}=\frac{(60:12)\cdot5-(60:15)\cdot4}{60}=$ | ............... | ............... |
| Esegui i calcoli al numeratore della frazione scritta al passo precedente: | $=\frac{25-16}{60}=\frac{9}{60}=$ | ............... | ............... |
| Se è possibile, riduci la frazione ottenuta ai minimi termini: | $=\frac{3}{20}$ | ............... | ............... |

**5** Esegui le moltiplicazioni indicate sulla prima riga, seguendo i passi descritti nella prima colonna e l'esempio svolto nella seconda colonna.

| Passi del procedimento | $\frac{36}{15}\quad\frac{35}{16}$ | $\frac{9}{25}\quad\frac{35}{12}$ | $\frac{24}{25}\quad\frac{35}{42}$ | $\frac{16}{36}\quad\frac{15}{56}$ |
|---|---|---|---|---|
| Come in Z, il prodotto di due numeri razionali ha *segno* uguale a quello che si ottiene applicando la regola dei segni e *valore assoluto* uguale al prodotto dei valori assoluti: | $=+\frac{36}{15}\cdot\frac{35}{16}=$ | ............................................ | ............................................ | ............................................ |
| Se possibile, semplifica «in croce»: | $=+\frac{\cancel{36}^{9}}{\cancel{25}_{5}}\cdot\frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{16}_{4}}=$ | ............................................ | ............................................ | ............................................ |
| Moltiplica i numeratori e i denominatori: | $=+\frac{9\cdot7}{5\cdot4}=+\frac{63}{20}$ | ............................................ | ............................................ | ............................................ |

# C Esercizi guidati

**6** Esegui le divisioni indicate, seguendo i passi descritti nella prima colonna e l'esempio svolto nella seconda colonna.

| Passi del procedimento | $-\frac{6}{25} : +\frac{16}{35}$ | $\frac{8}{20} \quad \frac{6}{25}$ | $-\frac{9}{21} : -\frac{12}{35}$ | $+\frac{22}{25} : +\frac{33}{10}$ |
|---|---|---|---|---|
| Come in Z, il quoziente di due numeri razionali ha *segno* uguale a quello che si ottiene applicando la regola dei segni e *valore assoluto* uguale al quoziente dei valori assoluti: | $= -\frac{6}{25} : \frac{16}{35} =$ | ........................ | ........................ | ........................ |
| Trasforma la divisione in moltiplicazione per il reciproco: | $= -\frac{6}{25} \cdot \frac{35}{16} =$ | ........................ | ........................ | ........................ |
| Se possibile, semplifica «in croce» ed esegui la moltiplicazione: | $= -\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{25}_{5}} \cdot \frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{16}_{8}} =$ <br> $= -\frac{21}{40}$ | ........................ | ........................ | ........................ |

Completa le seguenti uguaglianze, in cui ti guidiamo a calcolare alcune potenze.

**7** $-\frac{3}{2}^{\,2} = +\dots$ $\qquad (-2)^{-3} = -\frac{1}{2}^{\,3} = -\dots$ $\qquad -\frac{1}{2}^{\,2} = \dots$

**8** $-\frac{3}{2}^{\,-2} = -\frac{\dots}{\dots}^{\,2} = \dots$ $\qquad -\frac{1}{2}^{\,-3} = (\dots\dots)^3 = -\dots$ $\qquad -\frac{1}{3}^{\,3} = \dots$

**9** $-\frac{1}{2}^{\,4} = +\frac{1}{\dots}$ $\qquad -\frac{3}{2}^{\,-3} = \dots$ $\qquad \dots\frac{2}{3}^{\,3} = -\frac{8}{\dots}$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti uguaglianze è corretta; in caso contrario, correggi gli errori.

**10** $2^{-10} \cdot 2^{-2} = 2^{-12}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione ........................

**11** $2^{-10} = (-10)^2$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione ........................

**12** $(2^{-3})^{-2} = 2^6$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione ........................

**13** $(2^{-8} + 2^{-6}) : 2^{-4} = 2^{-12} + 2^{-2}$ È esatta? SÌ NO Eventuale correzione ........................

**14** Completa la seguente tabella, sulla base dell'esempio svolto nella seconda riga.

| $a$ | $b$ | $(a+b)^2$ | $(a-b)^3$ | $a^2+b^2$ | $a^{-3}+b^{-3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}^{\,2} = \frac{3+2}{6}^{\,2} =$ <br> $= \frac{5}{6}^{\,2} = \frac{25}{36}$ | $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}^{\,3} = \frac{3-2}{6}^{\,3} =$ <br> $= \frac{1}{6}^{\,3} = \frac{1}{216}$ | $\frac{1}{2}^{\,2} + \frac{1}{3}^{\,2} = \frac{1}{4}+\frac{1}{9} =$ <br> $= \frac{9+4}{36} = \frac{13}{36}$ | $\frac{1}{2}^{\,-3} + \frac{1}{3}^{\,-3} =$ <br> $= 2^3 + 3^3 =$ <br> $= 8 + 27 = 35$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | ........................ | ........................ | ........................ | ........................ |
| $\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{6}$ | ........................ | ........................ | ........................ | ........................ |

# D Esercizi da svolgere

**1** Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni: $\frac{99}{12}$, $\frac{25}{200}$, $\frac{70}{21}$, $\frac{35}{20}$, $\frac{66}{102}$

**2** Disponi in ordine crescente i seguenti numeri razionali:

$-\frac{5}{2}$ $\quad +\frac{3}{4}$ $\quad -2$ $\quad -\frac{2}{3}$ $\quad +\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{4}{5}$ $\quad +\frac{1}{4}$ $\quad +1$ $\quad +\frac{4}{3}$ $\quad +\frac{8}{7}$

**3** Trasforma in numeri decimali le seguenti frazioni: $\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{2}{5}$

## Esprimi i seguenti numeri decimali tramite una frazione ridotta ai minimi termini.

**4** $0{,}2 \qquad 1{,}0\overline{5} \qquad 3{,}4 \qquad 1{,}\overline{3} \qquad 0{,}0015$

**5** $0{,}15 \qquad 0{,}\overline{20} \qquad 1{,}0\overline{20} \qquad 2{,}6 \qquad 0{,}6\overline{3}$

**6** Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni:

$\frac{1}{3}-\frac{4}{5} \qquad \frac{5}{4}-\frac{7}{6} \qquad -\frac{1}{2}+\frac{3}{10} \qquad -\frac{1}{15}-\frac{3}{20}$

**7** Esegui le seguenti moltiplicazioni:

$-\frac{5}{9}\cdot+\frac{3}{4} \qquad -\frac{6}{5}\cdot-\frac{15}{4} \qquad -\frac{12}{11}\cdot-\frac{121}{3} \qquad (-1{,}2)\cdot-\frac{5}{3}$

**8** Esegui le seguenti divisioni:

$-\frac{5}{9}:+\frac{25}{12} \qquad -\frac{100}{3}:-\frac{15}{6} \qquad -\frac{7}{10}:-\frac{14}{15} \qquad (-1{,}25):-\frac{3}{4}$

**9** Completa in modo da ottenere uguaglianze corrette:

$-\frac{5}{9}\cdot(\ldots)=-\frac{2}{3} \qquad (\ldots\ldots):-\frac{15}{4}=\frac{2}{15} \qquad -\frac{1}{10}\cdot(\ldots)=-100$

**10** Completa la seguente tabella.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $-\frac{5}{3}$ | $+\frac{5}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ | $-\frac{3}{2}$ |
| $b$ | 0 | 1 | −1 | 2 | −2 |
| $c$ | −6 | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{6}$ | +4 | $-\frac{1}{2}$ |
| $a+b$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |
| $(a+b)\cdot c$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |
| $(a+b):c$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |
| $a^b$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |
| $c^b$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |
| $a^b-c^b$ | ............ | ............ | ............ | ............ | ............ |

## Calcola il valore delle seguenti espressioni.

**11** $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3} \quad - \quad -\frac{7}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2} \quad - \quad \frac{5}{3}-\frac{3}{2}$ $\qquad -\frac{2}{3}$

**12** $-\frac{3}{5}-\frac{1}{2} \quad + \quad \frac{1}{10}-\frac{3}{2} \quad - \quad \frac{1}{2}-\frac{5}{2}-\frac{1}{5}$ $\qquad -\frac{3}{10}$

**13** $-\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cdot-\frac{2}{3}+\frac{7}{6}$ $\qquad$ [1]

**14** $-\frac{6}{5}+\frac{25}{9}-\frac{1}{2}\cdot-\frac{9}{46} \quad - \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$ $\qquad$ [2]

# D Esercizi da svolgere

**15** $-\frac{2}{3} : -\frac{8}{15} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \quad -\frac{3}{14} + \frac{7}{8}$ $\quad \frac{1}{2}$

**16** $0,\overline{6} \cdot \quad 2 - \frac{4}{5} \quad - \quad 1 - \frac{2}{5} - 0,25 \quad \cdot \frac{4}{7} \; : 1,8$ $\quad \frac{1}{3}$

**17** $-\frac{5}{7} : -\frac{30}{21} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \quad -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \quad - \quad 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}$ $\quad [-4]$

**18** $\frac{5}{6} - \frac{1}{5} : -\frac{19}{15} \quad - \quad -\frac{5}{8} : \frac{1}{4} + 1 - \frac{3}{2} \quad - \quad \frac{16}{5} + \frac{3}{10} : -\frac{7}{4}$ $\quad [-1]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

**19** $[(10^5 \cdot 10^4) : (10^4)^2]^{-2}$ $\quad \frac{1}{100}$

**20** $\{[(10^3 \cdot 10^4)^{-2} \cdot (10^2)^{10}] : 10^5\}^{-1}$ $\quad \frac{1}{10}$

**21** $\frac{2^{-1} + 3^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}$ $\quad [5]$

**22** $(2^{-1} - 5^{-1}) \quad -\frac{2}{5}^{\;-2} \quad -\frac{1}{2}^{\;-3}$ $\quad [-15]$

**23** $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4$ $\quad \frac{1}{4}$

**24** $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^7 : \left(-\frac{1}{3}\right)^4\right]^2 : \left[\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]$ $\quad \frac{1}{9}$

**25** $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^2 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{11} : \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right] + \left\{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^6 \left(-\frac{1}{2}\right)^5\right] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{14}\right]^2\right\}^{-1}$ $\quad [-7]$

**26** $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^7\right]^2 : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^6 + \left[\left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \frac{1}{4}\right]^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-12} + 2^{-1}$ $\quad \frac{13}{16}$

**27** $\left\{\left[\left(3 - \frac{8}{3}\right)^{-4}\right]^{-3} \cdot \left(-2 + \frac{5}{3}\right)^{-2}\right\} : \left[\left(7 - \frac{20}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} : \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^2$ $\quad \frac{1}{9}$

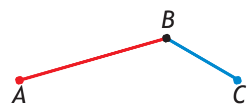
**28** $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\right]\left(-1 - \frac{2^{-1}}{3}\right)\left(-2\,\frac{1}{2} - 2\right)^3 : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right] : \left[1 + \left(-\frac{6}{5}\right)^{-1}\right]^{-1}$ $\quad -\frac{11}{2}$

# A Ripasso

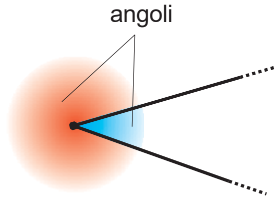
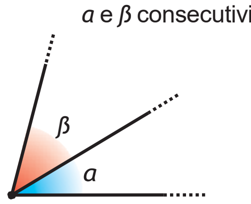
## Il metodo assiomatico-deduttivo

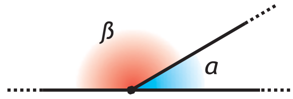
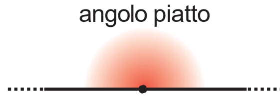
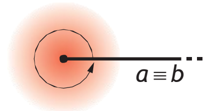
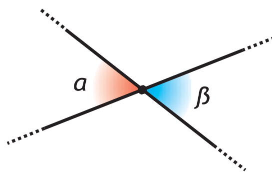
| DOMANDE | RISPOSTE |
|---|---|
| *Che cos'è un assioma?* | Una proposizione che si pone alla base di una teoria matematica senza darne una giustificazione. Sono le «regole del gioco». |
| *Che cos'è un concetto primitivo?* | Un concetto che viene assunto senza darne una definizione, supponendone una conoscenza intuitiva. |
| *Che cos'è un teorema?* | Una proposizione che si deduce dagli assiomi (e dai teoremi precedentemente dimostrati). |
| *Che cosa significa affrontare lo studio della geometria secondo il metodo assiomatico-deduttivo?* | Significa scegliere alcuni concetti primitivi e alcuni assiomi e dedurre tutte le altre proprietà delle figure geometriche a partire da essi. |
| *Quali concetti abbiamo assunto come primitivi?* | I concetti di punto, retta e piano. |
| *Quali enti geometrici sono stati definiti tramite quelli primitivi?* | I segmenti; le semirette e i semipiani; gli angoli.<br>Rivedi le definizioni! |
| *Quali sono gli assiomi che abbiamo assunto come fondamento della geometria euclidea?* | Gli assiomi che abbiamo assunto possono essere suddivisi in tre gruppi.<br>1. Assiomi di appartenenza della retta e del piano<br>2. Assiomi d'ordine<br>3. Assiomi di partizione del piano<br>Sai enunciare almeno un assioma per ciascun gruppo? |

## I segmenti

| TERMINE | DEFINIZIONE | DISEGNO |
|---|---|---|
| Segmento di estremi *A* e *B* | La figura formata da tutti i punti della retta (orientata) *AB* compresi tra *A* e *B*, inclusi *A* e *B*. |  |
| Segmenti consecutivi | Due segmenti che hanno in comune soltanto un estremo. |  |
| Segmenti adiacenti | Due segmenti consecutivi che appartengono alla stessa retta. |  |

## Gli angoli

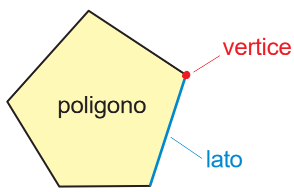
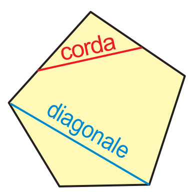
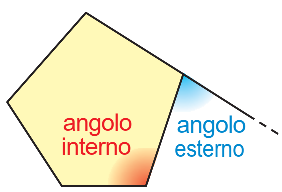
| TERMINE | DEFINIZIONE | DISEGNO |
|---|---|---|
| Angolo | Ciascuna delle due parti in cui il piano resta diviso da due semirette aventi la stessa origine, incluse le semirette stesse. |  |
| Angoli consecutivi | Due angoli che hanno lo stesso vertice e hanno in comune soltanto i punti di un lato. |  |

| TERMINE | DEFINIZIONE | DISEGNO |
|---|---|---|
| Angoli adiacenti | Due angoli consecutivi tali che i lati non comuni appartengono alla stessa retta. | $\alpha$ e $\beta$ adiacenti  |
| Angolo nullo | L'angolo formato da due semirette coincidenti che non contiene altri punti oltre alle semirette. | angolo nullo  |
| Angolo piatto | Ciascuno dei due angoli formati da due semirette *opposte*. | angolo piatto  |
| Angolo giro | L'angolo formato da due semirette coincidenti, che coincide con l'intero piano. | angolo giro  |
| Angoli opposti al vertice | Due angoli (convessi) tali che i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro. | $\alpha$ e $\beta$ opposti al vertice  |

**Attenzione!**

Se una figura F e` tale che, comunque scelti due punti *P* e *Q* appartenenti a F, il segmento *PQ* e` interamente contenuto in F, la figura si dice convessa; altrimenti si dice concava.

## I poligoni

| DOMANDE | RISPOSTE | ESEMPI |
|---|---|---|
| *Che cos'e` un poligono?* | Si chiama poligono la figura formata da una poligonale chiusa e non intrecciata e dai punti interni a essa. |  |
| *Che cos'e` una diagonale di un poligono? E una corda?* | Una *diagonale* di un poligono e` un segmento che congiunge due suoi vertici non consecutivi.<br>Una *corda* e` un segmento che congiunge due punti del contorno del poligono appartenenti a lati distinti. |  |
| *Che cos'e` un angolo interno a un poligono? E un angolo esterno?* | Un angolo *interno* a un poligono e` un angolo individuato da due lati consecutivi del poligono e dal vertice in comune.<br>Ciascuno dei due angoli *adiacenti* a un angolo interno si dice angolo *esterno* al poligono. |  |

# B Verifica delle conoscenze

Completa e poni le crocette sulle affermazioni corrette

**1** In matematica, i termini di cui non si dà una definizione si riferiscono a concetti che vengono detti .......................... .
Per esempio, nello studio della geometria, abbiamo assunto come concetti .................... quelli di .................... .................... .

**2** Le proposizioni che si assumono all'inizio di una teoria matematica senza darne una dimostrazione si chiamano .................... . Le proposizioni che vengono dimostrate si chiamano ............................... .

**3** La geometria che studiamo si chiama *euclidea* perché ....................................................... .

**4** a. La retta è costituita da ....................... punti.

b. Per due punti distinti di un piano quante rette passano? ..................

Questa affermazione:

☐ si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
☐ è stata assunta come assioma

c. Data una retta $r$ appartenente a un piano $\pi$, esiste certamente un..................appartenente a $\pi$ che non appartiene a ............... .

Questa affermazione:

☐ si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
☐ è stata assunta come assioma

**5** Una relazione si dice d'ordine quando è .............. e ................................. Quante relazioni d'ordine totale è possibile definire sulla retta?

☐ una ☐ due ☐ tre ☐ infinite

Questa affermazione:

☐ si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
☐ è stata assunta come assioma

**6** Se due rette distinte hanno un punto in comune si dicono .................. Due rette che non hanno punti d'intersezione si dicono .................... .

**7** Due rette distinte possono avere in comune al massimo .............punto.

Questa affermazione:

☐ si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
☐ è stata assunta come assioma

**8** Un punto $O$ appartenente a una determinata retta la divide in due parti; ciascuna di queste due parti, incluso il punto $O$, è chiamata ......................... della .................... .

**9** Quante semirette restano individuate su una retta da due punti?

☐ nessuna ☐ due ☐ quattro ☐ più di quattro

**10** Si chiama *semipiano* ciascuno dei due sottoinsiemi in cui un piano resta diviso da una................, inclusa la retta stessa. La retta si chiama .................... del semipiano.

**11** Se $P$ è un punto interno a uno dei due semipiani aventi come origine la retta $r$ e $Q$ è interno al semipiano opposto, allora il segmento $PQ$ interseca certamente ............................. .

Questa affermazione:

☐ si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
☐ è stata assunta come assioma

**12** Si chiama *figura geometrica* ogni sottoinsieme di................. del piano.

**13** Un angolo piatto è concavo o convesso? ....................... E un angolo giro? .......................

Scheda 1

# B Verifica delle conoscenze

**14** a. Un poligono di cinque lati si chiama ........................ .

b. Un ettagono è un poligono avente......... lati.

c. Un poligono avente sei lati si chiama .......... .

d. Un decagono è un poligono avente ........ lati.

## Vero o falso?

**15** per tre punti distinti non passa mai una retta  V F

**16** due semirette aventi la stessa origine si dicono opposte  V F

**17** l'intersezione di due semipiani non è mai vuota  V F

**18** se il segmento *PQ* ha esattamente un punto in comune con la retta *r*, diverso da *P* e da *Q*, allora *P* e *Q* non possono appartenere allo stesso semipiano avente come origine *r*  V F

**19** se due segmenti hanno uno e un solo punto in comune, allora sono certamente consecutivi  V F

**20** se due angoli hanno in comune soltanto il vertice, allora sono certamente consecutivi  V F

**21** esistono angoli consecutivi ma non adiacenti  V F

**22** esistono angoli adiacenti ma non consecutivi  V F

**23** in un pentagono si possono tracciare esattamente cinque diagonali distinte  V F

**24** in un esagono si possono tracciare esattamente sei diagonali distinte  V F

**25** ogni segmento è convesso  V F

**26** ogni angolo è convesso  V F

Scheda 1

# C Esercizi guidati

**1** Considera la sequenza:

10, 30, 70, 150, ....., .....

e cerca di individuare i due termini successivi. Hai utilizzato un ragionamento di tipo induttivo o deduttivo? .................................. . Spiega che cosa significa affrontare la geometria secondo un metodo ipotetico deduttivo: .................................. ........................................................................................................................................................................................................ .

**2** Considera le seguenti condizioni che regolano alcune operazioni bancarie.

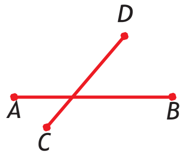
a. Un bonifico bancario è un'operazione tramite cui si trasferiscono dei soldi da un conto corrente a un altro.
b. Un bonifico effettuato dal proprio conto a una banca italiana viene effettuato con una commissione di 1 euro.
c. Per un bonifico effettuato dal proprio conto a una banca estera, la banca trattiene una commissione di 3 euro.
d. Le commissioni trattenute vengono scalate dal conto corrente.

Ora rispondi alle seguenti domande.

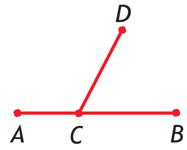
e. Fra le precedenti proposizioni, ce ne sono alcune che potrebbero essere assunte come definizioni?................... Se sì, che cosa definiscono?...................
f. Fra le precedenti proposizioni, ce ne sono alcune che potrebbero essere assunte come assiomi?...................... Se sì, quali? ........................
g. Dalle proposizioni c. e d., assunte come assiomi, si può dedurre un teorema. Qual è questo teorema? ................................................

# C Esercizi guidati

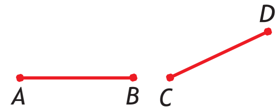
**3** Spiega perché i segmenti $AB$ e $CD$ in ciascuna delle seguenti figure non sono consecutivi.




..............................




..............................

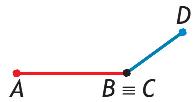



..............................

**4** Al di sotto di ogni figura, spiega perché i segmenti $AB$ e $CD$ non sono adiacenti.


..............................


..............................




..............................

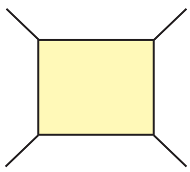
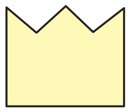
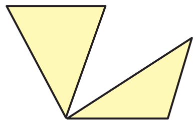
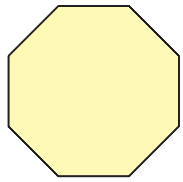
**5** Le affermazioni nella seguente tabella non sono corrette. Per ciascuna di esse, trova un «controesempio», cioè disegna una figura che evidenzi l'inesattezza dell'affermazione, e poi correggila.

| Affermazione inesatta | Figura «controesempio» | Correzione dell'affermazione |
|---|---|---|
| *Due angoli che hanno il vertice in comune sono opposti al vertice.* | | ..............................<br>..............................<br>.............................. |
| *Due angoli che hanno un lato in comune sono consecutivi.* | | ..............................<br>..............................<br>.............................. |
| *Due angoli che hanno il vertice in comune sono consecutivi.* | | ..............................<br>..............................<br>.............................. |

# Scheda 1 C Esercizi guidati

| Affermazione inesatta | Figura «controesempio» | Correzione dell'affermazione |
|---|---|---|
| *Due angoli aventi due lati che sono uno il prolungamento dell'altro, sono adiacenti.* | | ........................................<br>........................................<br>........................................ |

6 Completa la seguente tabella.

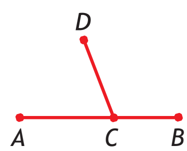
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Figura |  |  |  |  |
| È un poligono? | ☐ Sì<br>☐ No, perché .......... | ☐ Sì<br>☐ No, perché .......... | ☐ Sì<br>☐ No, perché .......... | ☐ Sì<br>☐ No, perché .......... |

# Scheda 1 D Esercizi da svolgere

1 Vero o falso?

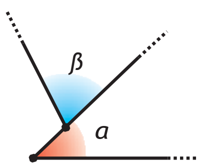
In riferimento alla figura qui a fianco:

a. *AC* e *CB* sono consecutivi V F
b. *AC* e *CB* sono adiacenti V F
c. *AC* e *CD* sono consecutivi V F
d. *CB* e *CD* sono adiacenti V F
e. *AB* e *CD* sono consecutivi V F



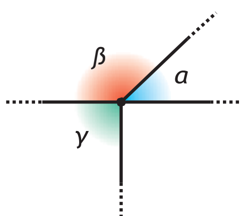

[3 affermazioni vere e 2 false]

2 In riferimento agli angoli α e β della figura qui a fianco, stabilisci se α e β sono consecutivi, adiacenti o opposti al vertice.




3 In riferimento agli angoli α, β e γ della figura qui a fianco, rispondi alle seguenti domande:

a. α e β sono adiacenti ?
b. α e β sono consecutivi?
c. β e γ sono consecutivi ?
d. β e γ sono adiacenti?
e. α e γ sono opposti al vertice?



# D Esercizi da svolgere

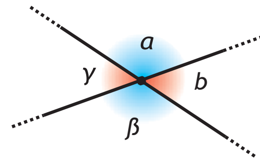
**4** In riferimento agli angoli 2, β, ц, δ della figura qui a fianco, rispondi alle seguenti domande:

a. 2 e β sono consecutivi?

b. 2 e ц sono adiacenti ?

c. ц e δ sono opposti al vertice?

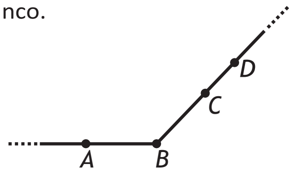
d. β e δ sono consecutivi?




**5** Completa la seguente tabella disegnando, *se possibile*, angoli che soddisfino le proprieta` indicate.

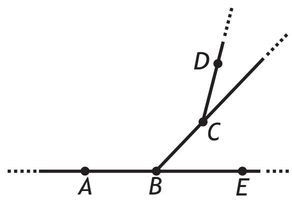
| Due angoli consecutivi, uno concavo e l'altro convesso | Due angoli adiacenti, entrambi convessi | Due angoli adiacenti, entrambi concavi |
|---|---|---|
| | | |

**6** Elenca tutti i segmenti e tutte le semirette che si possono individuare nella figura qui a fianco.




**7** Nella figura qui a fianco individua:

a. tutti gli angoli;
b. tutte le coppie di angoli adiacenti;
c. tutte le coppie di angoli consecutivi.




**8** Vero o falso?

In riferimento alla figura qui a fianco:

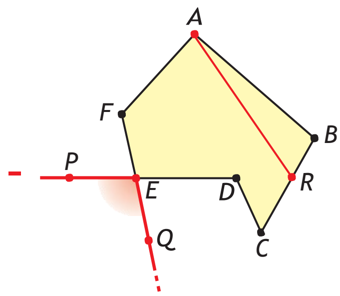
a. *ABCDEF* e` un poligono ☐V ☐F

b. *ABCDEF* e` un poligono ma non e` convesso ☐V ☐F

c. *AR* e` una diagonale ☐V ☐F

d. $P\widehat{E}Q$ e` un angolo esterno ☐V ☐F

e. c'e` un solo angolo esterno al poligono di vertice *E* ☐V ☐F

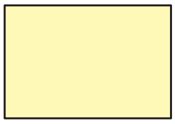
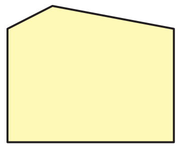
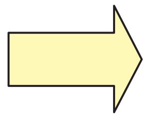
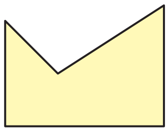



**9** Disegna un poligono convesso *ABCDEFGH* avente otto lati; poi:

a. traccia due diagonali che hanno un punto in comune e una corda che interseca entrambe le diagonali;
b. rappresenta l'angolo interno di vertice *B* e i due angoli esterni di vertice *E*.

# D Esercizi da svolgere

**10** Stabilisci se le seguenti figure sono convesse o concave.

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| ☐ convessa ☐ concava | ☐ convessa ☐ concava | ☐ convessa ☐ concava | ☐ convessa ☐ concava |

**11** Quante diagonali distinte si possono tracciare in un esagono? E in un ettagono?

**12** Disegna una figura che corrisponda alla seguente descrizione: dati due angoli convessi e consecutivi $a\widehat{O}b$ e $b\widehat{O}c$, traccia una retta *r* che interseca i lati *a*, *b* e *c* dei due angoli rispettivamente nei tre punti *A*, *B* e *C*.

**13** Disegna una figura che corrisponda alla seguente descrizione: dati due segmenti adiacenti *AB* e *BC*, traccia, in semipiani opposti aventi come origine la retta *AC*, due semirette *r* e *s*, aventi origine rispettivamente in *A* e *C*. Traccia quindi una retta passante per B che intersechi le due semirette *r* e *s* rispettivamente in *P* e *Q*.